

**Universidad de Puerto Rico en Cayey  
Oficina de Avalúo e Investigación Institucional**

**El Curso de Matemática Preuniversitaria:  
Algunos Indicadores de Eficacia**

Preparado Por:  
Fernando Vázquez-Calle  
Investigador Auxiliar

Solicitado Por:  
Dr. Ram S. Lamba  
Rector

José A. Cabrera-Pérez  
Investigador Asociado

Remitido Por:  
Prof. Irmannette Torres-Lugo, Directora  
Oficina de Avalúo e Investigación Institucional

**Agosto de 2009**

## INTRODUCCIÓN

Aproximadamente desde el 1970 la UPR en Cayey ofrece cursos preuniversitarios en matemáticas a un grupo relativamente numeroso de estudiantes de nuevo ingreso matriculados en las facultades de Ciencias Naturales, Pedagogía (en las concentraciones de ciencias y matemáticas) y Administración de Empresas. A partir de 1980 las autoridades de la UPR en Cayey establecieron que todo estudiante cuyo programa académico tuviera como requisito el curso de Precálculo I (MATE3171), y hubiera obtenido menos de 650 en la Prueba de Aprovechamiento en Matemáticas (APROV-MAT) del College Board, estaría obligado a tomar el curso de Matemática Preuniversitaria (MPU) durante el verano previo al inicio de las clases. Quedan eximidos de dicho requisito los estudiantes que hayan obtenido 650 o más en APROV-MAT, o que hayan aprobado la Prueba de Ubicación (PU) que administra el Departamento de Matemática-Física.

La reglamentación federal de asistencia económica no permite el uso de la “Pell Grant” para el pago de las tarifas de matrícula en un curso de nivel preuniversitario. Por consiguiente, el estudiante tiene que financiar de sus propios recursos el costo del referido curso, el cual asciende a \$100. Este curso busca ayudar al estudiante con rezagos en álgebra elemental a superar los mismos, a fin de prepararlo para enfrentar el rigor de los cursos de matemática de nivel universitario.

Como parte del avalúo de los cursos preuniversitarios, la UPR en Cayey continuamente ha estado evaluando la eficacia del curso de MPU. A esos efectos la institución mantiene un registro histórico de las calificaciones del curso, así como de los puntajes obtenidos en la PU que se ofrece a los estudiantes al inicio del curso y al final del mismo. Además del Informe Anual que el Prof. Segundo Díaz, en calidad de coordinador del mencionado curso, prepara sobre los resultados del mismo, hay por lo menos siete estudios o análisis relacionados con el mismo. Entre otros, los siguientes profesores de la UPR en Cayey han escrito sobre el tema de los cursos de MPU: Dr. Edwin Morera y Segundo Díaz (2001), Dr. René Hernández (1989), Margarita Santiago y D. Rodríguez (1991) y Carmen A. Picó (1996). Además, como parte de la revisión de lo escrito sobre el curso de MPU, se examinaron las siguientes certificaciones aprobadas por el Senado Académico de la UPR en Cayey:

1. Número 50 de 1982-83
2. Número 28 de 1985-86
3. Número 19 de 1986-87
4. Número 29 de 1991-92
5. Número 95 y 96 de 1996-97

El estudio más reciente que se hizo sobre la eficacia del curso de MPU fue en el 2003, por los investigadores de la UPR en Cayey, F. Vázquez-Calle y J. A. Cabrera-Pérez. Las autoridades universitarias de la UPR en Cayey tienen interés en que este tema de la eficacia del curso de MPU se vuelva a abordar.

## OBJETIVOS DEL ESTUDIO

Del examen de las certificaciones y de algunos de los escritos antes mencionados, se desprende que el propósito principal del curso de MPU es desarrollar destrezas en álgebra elemental en aquel grupo de estudiantes que evidencie deficiencias en dicha materia. La expectativa de la institución es que dicho grupo de estudiantes vaya al curso de Precálculo I (MATE3171) con destrezas en álgebra, similares al resto de los estudiantes que también toman el curso universitario de Precálculo I, pero no evidenciaron rezagos en matemáticas en la APROV-MAT.

Es cierto que en la documentación relacionada con el curso de MPU no se plantea literalmente la expectativa institucional de que el grupo de estudiantes que lo toman, luego registren un resultado académico en Precálculo I, comparable al grupo de estudiantes eximido de tomar MPU. Pero, no es menos cierto que si el curso logra nivelar las destrezas del grupo con deficiencias, es lógico esperar que éste exhiba un desempeño en Precálculo I comparable al resto de los estudiantes. También hay mucho interés por parte de la gerencia de la UPR en Cayey en conocer cómo comparan las calificaciones en Precálculo I del grupo que aprobó MPU versus el grupo, que por no evidenciar deficiencias en álgebra, fue eximido de dicho curso. Específicamente, los objetivos de este estudio son:

1. Estimar el valor añadido del curso de MPU en las destrezas de álgebra elemental.
2. Contrastar las calificaciones en el curso de Precálculo I (MATE3171) del grupo que aprobó MPU y el grupo eximido del mismo.
3. Estimar la contribución de las destrezas desarrolladas en MPU sobre las calificaciones en Precálculo I.
4. Estimar el umbral del puntaje final en MPU a partir del cual cualquier valor por debajo del mismo el riesgo de fracasar en el curso de Precálculo I (MATE3171) es crítico.

## REVISIÓN DE LA LITERATURA RELEVANTE

En las jurisdicciones del gobierno de EE.UU. cerca de 81 por ciento de las instituciones de educación superior (IES) ofrecen uno o más cursos preuniversitarios, así como también alrededor de 40 por ciento de los estudiantes subgraduados toman al menos un curso de ese nivel en las materias básicas del lenguaje y matemáticas (Attewel et al., 2006). El ofrecimiento de estos cursos ha estado rodeado de un debate intenso y continuo, que incluye hasta la manera misma de denominarlos. Algunos nombres empleados para denominar dichos cursos, entre otros, son: cursos remediales, cursos preparatorios, cursos de desarrollo y cursos preuniversitarios. No importa los nombres ni los eufemismos utilizados, según Grubb et al. (1999) en D. Perin (2006), la educación preuniversitaria se define así:

*“A class or activity intended to meet the needs of students who initially do not have the skills, experience or orientation necessary to perform at a level that the institutions or instructors recognize as “regular” for those students”.*

De acuerdo con esta perspectiva, entonces, los programas de tutorías y los cursos de prerrequisitos que se exigen en algunas IES de dos (2) y cuatro (4) años, cuyo contenido en su mayor parte no es de “nivel universitario”, también podrían considerarse de naturaleza preuniversitaria.

Según Bettinger y Long (2005), los cursos preuniversitarios crean una tensión entre los objetivos de equidad en el acceso a las IES y la calidad académica. Dicha tensión estriba en que, por un lado, el objetivo de equidad en el acceso se cumple al admitir estudiantes a las IES que de otra manera no tendrían tal oportunidad; pero, por otro lado, se trata de estudiantes que no están preparados para enfrentar el rigor académico de los cursos “regulares” de nivel universitario en las artes del lenguaje y las matemáticas, amenazando así el objetivo de la excelencia académica (Marcus, 2000; Harwood, 1999;). De acuerdo con estos autores, dicha tensión se supera si la aprobación de dichos cursos es obligatoria, porque así los estudiantes con rezagos en las materias básicas pueden corregir las mismas y obtener resultados académicos similares a los estudiantes que evidenciaron estar preparados para el rigor universitario. Por tanto, el carácter obligatorio de los cursos preuniversitarios, según McCabe (2000) en Perin (2006), es una forma eficaz de proteger los estándares académicos, a la vez que ayuda a lograr el ideal democrático de acceso a las IES.

Entre los autores que no favorecen el ofrecimiento de cursos preuniversitarios en instituciones universitarias de cuatro (4) años se destacan Bennett, 1994; MacDonald, 1997; Traub, 1975; Merisotis y Phipps, 2000; Kozeracki, 2002. De acuerdo con la perspectiva de los autores mencionados, los cursos preuniversitarios evidencian que las IES han relajado los estándares de admisión, así como el rigor de los cursos universitarios, de modo tal que los estudiantes admitidos sin la debida preparación puedan aprobar los mismos. Rosenbaum (2001) y Deil-Amen & Rosenbaum (2002) en Attewel et al. (2006), concluyeron en un estudio empírico que los cursos preuniversitarios son un engaño, ya que los estudiantes con más desventajas académicas tienen muy poca probabilidad de completar un grado académico de cuatro (4) años. También estos autores afirman que es mejor no ofrecer cursos preuniversitarios y redirigir los estudiantes con rezago académico a las instituciones pos-secundarias de dos (2) años (lo que se conoce en EE.UU. como los “community college”). Es oportuno mencionar que en las décadas de 1970 y 1980 destacados académicos de Puerto Rico, despectivamente tildaron de “chinchales” a este tipo de institución pos-secundaria. Los detractores de los cursos preuniversitarios, citados al principio de este párrafo, acusan a las IES de cuatro (4) años que ofrecen los mismos, de abandonar el compromiso con la calidad, otorgando diplomas a estudiantes sin los méritos académicos.

En torno a este mismo dilema de acceso versus calidad, el Dr. José M. Saldaña, ex presidente del sistema de la Universidad de Puerto Rico, publicó un artículo en un diario de Puerto Rico (El Nuevo Día, 12 de junio de 2008) afirmando que la UPR no tenía porque admitir estudiantes sin la debida preparación, puesto que el sistema de selección que siempre ha existido en la institución no está basado en la democracia sino en la “meritocracia”. Por otra parte, Merisotis y Phipps (2003) hacen hincapié en que dichos cursos tienen muy poca relación con la misión de las instituciones de educación superior de cuatro (4) años.

Tal vez la respuesta más ponderada a la tensión entre acceso y calidad la ofrecen los autores McCabe (2000) y Merisotis y Phipps (1998). Ellos argumentan que la gran mayoría de los estudiantes que ingresan en las IES combinan fortalezas y debilidades en las materias

básicas del lenguaje y matemáticas. Existe evidencia de que en EE.UU. los estudiantes procedentes de familias negras y menos afluentes están sobre-representados en los cursos preuniversitarios. Sin embargo, en la UPR en Cayey en ninguno de las dos cohortes estudiados (2006 y 2008) se observó una relación estadísticamente significativa entre el ingreso del hogar y la necesidad de tomar el curso de MPU ( $Ji\text{-cuadrado}_{2006}=0.899$ ,  $\text{valor-}p_{2006}=0.319$ ;  $Ji\text{-cuadrado}_{2008}=1.136$ ,  $\text{valor-}p_{2008}=0.284$ ). En torno a la persistencia de los que toman cursos preuniversitarios, Attewel et al. (2006) citan un estudio de Lavin y Weininger (2004), realizado en la Universidad de la Ciudad de Nueva York (CUNY), el cual demuestra que a los estudiantes que necesitan cursos preuniversitarios, simplemente les toma más tiempo completar el grado académico. La pregunta retórica que lanzan los autores antes mencionados es: ¿qué hubiese pasado con esos estudiantes si no hubiesen tenido la oportunidad de ingresar en una institución de cuatro (4) años? En resumen, los cursos preuniversitarios ayudan a un grupo numeroso de estudiantes a superar los rezagos en las materias que tienen debilidades.

Hay dos grupos de investigadores que han analizado la eficacia de los cursos preuniversitarios, comparando los que tomaron los mismos con los que no lo tomaron. Uno de los grupos de investigadores (Hopper, Taylor y Wolford, 1997) encontró diferencias significativas entre los que tomaron los cursos y los que no lo tomaron. Sin embargo, Weissman, et al. (1997), Eanes (1992) y Lyons (1990), no hallaron diferencias estadísticamente significativas en el desempeño académico.

F. Yang (2000) llevó a cabo una investigación en Hartford Community College, en la cual existe una política de admisión de puertas abiertas. Debido a dicha política una proporción relativamente grande de estudiantes necesita cursos preuniversitarios en distintas disciplinas, a fin de superar ciertas deficiencias y tener el potencial de ser exitosos en los cursos universitarios (McMillan, Parke y Lanning, 1997). Aplicando el procedimiento estadístico Kaplan-Meier de Sobrevivencia, Yang halló que el grupo de estudiantes que no tomó los cursos preuniversitarios de inglés y matemáticas tenía mejor desempeño académico que su contraparte que tomó dichos cursos. El desempeño académico se midió a base de tres indicadores: haber completado el grado académico, haber logrado el traslado a otra institución universitaria y, haber obtenido calificaciones de C ó más en los cursos de inglés y matemáticas, respectivamente.

Por otra parte, en la UPR en Cayey los profesores E. Morera y S. Díaz (2001) realizaron una investigación en torno al desempeño en Precálculo I de los estudiantes que tomaron el curso de MPU. Los hallazgos más importantes se resumen a continuación:

1. Una relación significativa entre el puntaje en la Prueba de Aprovechamiento en Matemáticas (APROV-MAT) y el puntaje en la Prueba de Ubicación (PU).
2. Una relación significativa entre la APROV-MAT y la calificación final en el curso de MPU.
3. La PU reflejó una capacidad de pronóstico significativa.
4. Se halló que un puntaje por debajo de 526 en la APROV-MAT es crítico, ya que el riesgo de fracasar en el curso de MPU es significativamente más alto.

## MÉTODOS

### POBLACIÓN ESTUDIADA Y FUENTE DE LOS DATOS

Los análisis estadísticos realizados están basados en las siguientes poblaciones: las cohortes de nuevo ingreso que aprobaron MPU en la UPR en Cayey durante los veranos de 2006 y 2008, y 2) los estudiantes de los cohortes de nuevo ingreso de 2006 y 2008 que se matricularon en el curso de Precálculo I (MATE3171) en cualquiera de los semestres de los años académicos 2006-07 en adelante. Mediante un sistema de rastreo diseñado por programación, esta última población se clasificó en dos grupos, los que aprobaron MPU y los que fueron eximidos de dicho curso y, tampoco tomaron MATE3004. De modo, que el grupo eximido de MPU cumplió por lo menos con uno de los siguientes requisitos: aprobó la APROV-MAT con 650 ó más, aprobó la PU con 75 por ciento o más (112 puntos o más de un total de 150), o recibió autorización del Director del Departamento de Matemática-Física. El propósito de analizar las dos cohortes mencionadas fue constatar la estabilidad de los resultados a través del tiempo. La matrícula de nuevo ingreso en los dos años antes mencionados fue de 739 y 818, respectivamente. En el verano de 2006 se matricularon 327 estudiantes en MPU, de los cuales 210 aprobaron el mismo. Del grupo que aprobó MPU, 122 se tomaron en cuenta en el análisis porque tenían una calificación registrada en el curso de Precálculo I. Los datos de la cohorte de 2008 son similares. De 403 estudiantes matriculados en MPU, 197 aprobaron el curso. De esos, mediante el sistema de rastreo se identificaron 161 con calificaciones en Precálculo I. Las cifras citadas anteriormente evidencian que una proporción relativamente grande de los estudiantes de nuevo ingreso en la UPR en Cayey necesitan tomar el curso de MPU. De la matrícula total de nuevo ingreso de 2006-07, 44.2 por ciento se matriculó en MPU, mientras que en el 2008-09 la proporción fue de 49.3 por ciento.

Una parte suficientemente grande del grupo de estudiantes que tomó MPU, voluntariamente también tomó la PU antes de iniciar el curso y al finalizar el mismo. Estas mediciones antes-después de las destrezas en álgebra elemental se utilizaron para determinar si, en promedio, la experiencia educativa en el curso de MPU logró un desarrollo significativo en las destrezas que dicho curso pretende desarrollar. Basado en la evidencia empírica de los estudiantes que tomaron MPU en los veranos de 2006 y 2008 se sometieron a prueba las siguientes hipótesis.

$$(1) H_0: \mu_{\text{MPU}_{\text{después}}} - \mu_{\text{MPU}_{\text{antes}}} = 0 \implies \text{No hay desarrollo de las destrezas en álgebra}$$

$$(2) H_1: \mu_{\text{MPU}_{\text{después}}} - \mu_{\text{MPU}_{\text{antes}}} > 0 \implies \text{Hay desarrollo de las destrezas en álgebra elemental}$$

La hipótesis alterna ( $H_1$ ) implica que los estudiantes experimentan un desarrollo significativo en las destrezas de álgebra elemental. Las hipótesis anteriores se sometieron a prueba mediante el estadístico t para muestras pareadas, puesto que las mediciones antes-después no son estadísticamente independientes. Ya que se empleó un nivel de confianza de cinco por ciento, la hipótesis nula ( $H_0$ ) se rechazaba si el valor-p era menor o igual que 5%. De otra manera, se aceptaba  $H_0$  y se concluía que las diferencias antes-después eran atribuibles a las fluctuaciones

aleatorias. El análisis anterior se basó en las mediciones de la PU antes-después de 83 y 159 estudiantes, correspondientes a las cohortes de 2006 y 2008.

Los objetivos 2 y 3 tratan dos aspectos relacionados con el desempeño en el curso de Precálculo I de ambos grupos definidos anteriormente. Para atender el objetivo 2 se empleó la técnica estadística de las tablas de contingencias conjuntamente con la prueba de Ji-Cuadrado. En particular se definió una tabla de dos variables; por un lado, los dos grupos de estudiantes (Grupo 1=aprobó MPU, Grupo 2=eximido de MPU), y por otro lado, las calificaciones de ambos grupos en el curso de Precálculo I. Nuevamente, si el valor-p era menor o igual que 5% se rechazaba la hipótesis nula de que las variables antes definidas no estaban relacionadas estadísticamente y se aceptaba que existía una relación estadísticamente significativa entre las mismas. El objetivo 3 se atendió mediante el siguiente modelo no-lineal de probabilidad (MNLP) que se estimó:

$$\text{Modelo 1: } \quad \text{LN}[P(Y_i=1)/(1-P(Y_i=1))] = \sum b_k X_{ij}$$

donde:

$X_{ij}$  son los valores observados del estudiante  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) en cada variable vaticinadora  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, K$ ) incluida en la ecuación

$b_k$  son los coeficientes de la regresión logístico (RL). Miden el cambio promedio en las probabilidades de pertenecer al grupo "exitoso" en el curso de Precálculo I, dado los valores observados en las variables vaticinadoras ( $X_{ij}$ )

$\text{LN}(Y_{ij})$  es la transformación logarítmica de la variable respuesta: "éxito" ( $y = 1$ ) o "fracaso" ( $y = 0$ ) del estudiante en el curso de Precálculo I. Se consideró "éxito" si el estudiante aprobó el curso de Precálculo I con calificación de C o más, y "fracaso" de cualquier otra manera.

Se estimó la RL de la variable binaria éxito o fracaso en Precálculo I sobre el siguiente grupo de variables vaticinadoras:

1. Índice General de Solicitud (IGS)- Es una variable cuantitativa que mide el éxito académico potencial a nivel universitario. Su recorrido va de 0 a 400.
2. Escuela Superior de Procedencia (ESC-SUP)- 0=privada, 1=pública.
3. Generación Universitaria (GENE-UNI)- Variable binaria, en la cual se considera que el estudiante es de 1ra. generación universitaria si ninguno de sus padres posee un grado universitario, y de segunda generación si por lo menos uno de los padres posee un grado universitario (0=1ra. generación, 1=2da. generación).
4. Curso de MPU- Variable binaria, donde 0=grupo de estudiantes de nuevo ingreso (2006-07 y 2008-09) eximido del curso de MPU, y 1=grupo de nuevo ingreso que aprobó el curso de MPU en los veranos de 2006 y 2008.

Las variables 1 a la 3 se incluyeron con el fin de controlar la influencia que pudieran tener ciertas características preuniversitarias sobre la probabilidad de éxito en el curso de Precálculo

I. Una vez estimada la ecuación logistic, se contrastó la probabilidad relativa de éxito del grupo de nuevo ingreso que tomó MPU con la del grupo eximido del curso en cuestión. La significación estadística de este contraste se evaluó a base del estadístico de Wald, el cual es similar al estadístico de t que tradicionalmente se utiliza en las ecuaciones de regresión lineal. Además, mediante el estadístico de la proporción de probabilidades ("odds ratio") se estimó cuántas veces es más pequeña (o grande) la probabilidad de éxito del grupo que aprobó MPU en comparación con la misma probabilidad del grupo eximido de MPU.

El objetivo 4 se contestó a base de la regresión no-lineal de la probabilidad de éxito en Precálculo I sobre el puntaje final obtenido en el curso de MPU. En notación, la ecuación de RL estimada luce así:

$$\text{Modelo 2: } \quad \text{LN}[P(Y=1) \div (1-P(Y=1))] = b_0 + b_1(\text{Puntaje-MPU})$$

La ecuación anterior no genera directamente la probabilidad de éxito, puesto que el lado izquierdo contiene la transformación del logaritmo natural. Pero, si en ambos lados de la ecuación los términos se utilizan como exponentes de la base e, entonces se elimina el logaritmo natural del lado izquierdo y se puede calcular la probabilidad de éxito de la ecuación estimada, la cual después de la transformación antes explicada se reescribe así:

$$P(Y=1) \div (1-P(Y=1)) = \text{EXP}(b_0 + b_1(\text{Puntaje-MPU}))$$

Una vez estimados los coeficientes  $b_0$  y  $b_1$  se establecieron dos criterios con respecto a la probabilidad de éxito en Precálculo I. En el primer criterio se supuso que la probabilidad de éxito era mayor que 50%, y en el segundo, se supuso que era igual o mayor que 70%. Para ambos criterios se sustituyeron los valores de  $P(Y=1)$ ,  $b_0$  y  $b_1$  y se despejó para la única incógnita que quedaría en la ecuación del Modelo 2, es decir, el Puntaje-MPU. Ello permitió estimar el puntaje crítico en MPU, a partir del cual se puede considerar que un estudiante tiene una probabilidad de éxito en Precálculo I mayor que 50 y 70 por ciento, respectivamente.

La bondad del ajuste a las curvas de los modelos 1 y 2, se evaluó mediante la prueba Hosmer-Lemeshow (H-L) y el porcentaje de pronósticos correctos.

## ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

### VALOR AÑADIDO DE MPU

La media de los puntajes en la PU antes-después, como valor representativo de las destrezas en álgebra de las cohortes de nuevo ingreso de 2006 y 2008, reflejó que la experiencia educativa en MPU mejoró significativamente las destrezas de los estudiantes. La Tabla I muestra los detalles de la prueba de t realizada para ambos cohortes. En la Gráfica 1

Tabla 1. Contraste del Puntaje Medio en la PU-Antes VS. PU-Después

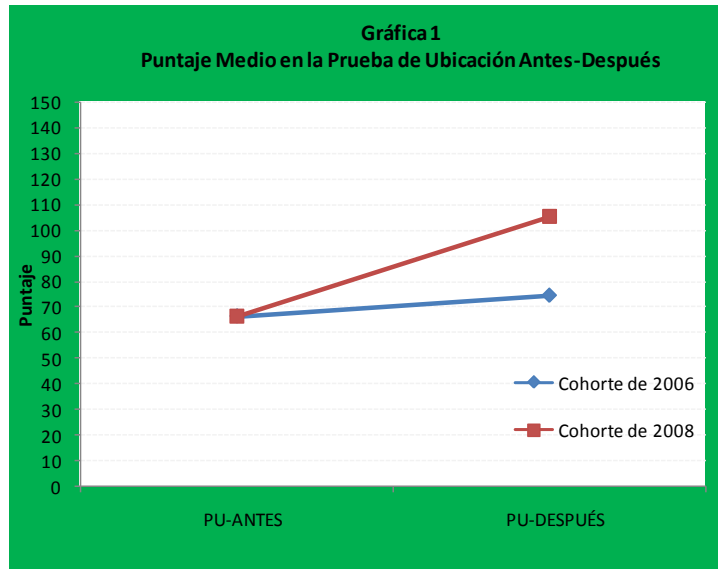
	Media	n	E. E.	Diferencia t de las		Valor-P
				de las Medias	Diferencias	
<b>Cohorte 2006</b>				-8.14	-4.357	0.000***
PU-ANTES	66.36	83	1.750			
PU-DESPUÉS	74.51	83	1.674			
<b>Cohorte 2008</b>				-38.89	-22.950	0.000***
PU-ANTES	66.30	159	1.235			
PU-DESPUÉS	105.19	159	1.725			

\*PU-Después es significativamente mayor, a un nivel de confianza de 90%.

\*\*PU-Después es significativamente mayor, a un nivel de confianza de 95%.

\*\*\*PU-Después es significativamente mayor, a un nivel de confianza de 99%.





puede visualizarse la diferencia del puntaje medio en la PU antes-después. Ambos cohortes arrojaron evidencia convincente de que al final del curso, en promedio, el estudiante obtuvo un puntaje significativamente mayor que el obtenido en la misma prueba antes de iniciar el curso de MPU. En la cohorte de 2008 el aumento en el puntaje resultó más acentuado que en la cohorte de 2006.

### MPU Y PRECÁLCULO I

Como puede verse en la Tabla 2, en las cohortes de 2006 y 2008, se

Tabla 2. Éxito en Precálculo I por Grupo

Resultado en Precálculo I	2006		2008	
	Aprobó MPU	Eximido de MPU	Aprobó MPU	Eximido de MPU
Éxito (C o más)	78	99	58	52
(%)	63.9%	74.4%	36.0%	53.1%
Fracaso	44	34	103	46
(%)	36.1%	25.6%	64.0%	46.9%
Total	122	133	161	98

halló una brecha bastante amplia en las tasas de éxito en Precálculo I entre el grupo que aprobó MPU y el grupo eximido de tal curso. Concretamente, en ambos cohortes el grupo eximido de MPU registró tasas de éxito de 10.5 y 17.1 puntos porcentuales más altas. Estas diferencias se sometieron al rigor de una prueba de hipótesis, y en ambos cohortes, la brecha observada en las tasas de éxito resultó estadísticamente significativa a un nivel de 5 por ciento (respectivamente, los valores de Ji-

Cuadrada para las cohortes de 2006 y 2008 fueron iguales a 3.4 y 7.1, y los valores-p iguales a 0.023 y 0.003).

Por otra parte, los estimados de la RL de la probabilidad de éxito en Precálculo I sobre la experiencia del curso de MPU, se resumen en la Tabla 3. Primero que nada, la prueba H-L arrojó evidencia de que el ajuste de la curva en forma de S achata a los valores observados es adecuado. Respectivamente, para los cohortes de 2006 y 2008, la Ji-Cuadrada fue igual a 14.45 y 13.83, y el valor-p igual a 0.071 y 0.086.<sup>1</sup> El indicador de pronósticos correctos arrojó evidencia adicional de un buen ajuste, pues, en ambos cohortes, éste alcanzó casi 70 por ciento.

<sup>1</sup> La prueba H-L también se conoce como una prueba de Ji-cuadrada, la cual se basa en las frecuencias observadas versus las frecuencias pronosticadas por la ecuación de RL. Ya que en la hipótesis nula ( $H_0$ ) de esta prueba se postula que no existen diferencias entre los valores pronosticados y los observados, la aceptación de  $H_0$  implica que el ajuste de la curva es bueno. Por consiguiente, un valor-p mayor que 0.05 significa que las diferencias entre lo observado y lo pronosticado son tan pequeñas que se pueden atribuir a las fluctuaciones aleatorias. De ahí que contrario a la mayoría de las pruebas estadísticas en las cuales el investigador busca rechazar  $H_0$ , en la prueba H-L se busca aceptar la misma.

**Tabla 3. Coeficientes de Regresión Logistic Estimados**

	b	E. E.	Wald	Valor-P	Exp(b)
<b>Cohorte 2006</b>					
Esc. Superior					
Procede	0.459	0.303	2.292	0.130	1.582
IGS	0.017	0.006	8.470	0.004***	1.017
Grupo (Aprobó MPU y Eximido)	0.132	0.307	0.183	0.668	1.141
GENE-UNI	0.553	0.323	2.934	0.087*	1.739
Constante	-4.048	1.673	5.855	0.016	0.017
<b>Cohorte 2008</b>					
Esc. Superior					
Procede	0.453	0.295	2.364	0.124	1.573
IGS	0.026	0.006	17.935	0.000***	1.026
Grupo (Aprobó MPU y Eximido)	-0.040	0.320	0.016	0.900	0.961
GENE-UNI	0.357	0.317	1.273	0.259	1.430
Constante	-8.010	1.791	20.006	0.000	0.000

\* Significativo a un nivel de confianza de 90%.

\*\* Significativo a un nivel de confianza de 95%.

\*\*\* Significativo a un nivel de confianza de 99%.

Tal como era de esperarse, en ambos cohortes el coeficiente regresión del IGS<sup>2</sup> registró un signo positivo. Esto significa que, en promedio, a mayor IGS, mayor es la probabilidad de éxito en Precálculo I. De hecho, a base del estadístico EXP(b) se estimó que la razón de las probabilidades de éxito y fracaso, respectivamente en las cohortes de 2006 y 2008, aumenta en 17 y 26 por ciento por cada diez (10) puntos de aumento en el IGS. A propósito, el IGS fue la única variable que, en ambos cohortes, resultó estadísticamente significativa a un nivel de confianza de 99 por ciento. La generación universitaria resultó significativa a un nivel de confianza de 90 por ciento en la cohorte de 2006, pero no así en la de 2008. En ambos cohortes el signo del

coeficiente de la variable antes mencionado resultó positivo. En el contexto de la codificación utilizada en la ecuación de RL, dicho signo quiere decir que los estudiantes de 2da. generación universitaria tienen una probabilidad relativa de éxito mayor que sus homólogos de 1ra. generación. De acuerdo con el estadístico EXP(b), en la cohorte de 2006 la probabilidad relativa de éxito de los estudiantes de 2da. generación es  $\frac{3}{4}$  veces mayor que la de los estudiantes de 1ra. generación; en la cohorte de 2008 dicho factor fue de aproximadamente  $\frac{3}{5}$ .

Manteniendo constante las variables de control IGS, GENE-UNI y ESC-SUP (supuesto de ceteris paribus), en ambos cohortes, las diferencias en la probabilidad relativa de éxito entre los que aprobaron MPU y los eximidos, no resultaron estadísticamente significativas. Es sumamente interesante que en la cohorte de 2008 el coeficiente de la variable Grupo registró un signo negativo, mientras que en la cohorte de 2006 fue positivo. En el caso del signo negativo implica que la probabilidad relativa de éxito de los que aprobaron MPU es mayor que la del grupo eximido; según el estadístico EXP(b) y bajo el supuesto de ceteris paribus, en el cohorte de 2008 la probabilidad relativa de éxito del grupo que aprobó MPU excede la del grupo eximido de MPU por aproximadamente 4 puntos porcentuales. Mientras que en la cohorte de 2006, por el contrario, la probabilidad de éxito del grupo eximido de MPU rebasa la del grupo que aprobó MPU por 14 puntos porcentuales.

### PUNTAJE CRÍTICO DEL CURSO DE MPU

Uno de los objetivos de este estudio es determinar un puntaje crítico con respecto al promedio final en MPU, a partir del cual cualquier valor por debajo del mismo el riesgo de

<sup>2</sup> Se refiere al Índice General de Solicitud que el sistema de la UPR emplea como criterio para aceptar o rechazar a los estudiantes que solicitan admisión. Dicho índice se calcula mediante la combinación de tres medidas: promedio académico de escuela superior, puntaje en la Prueba de Aptitud Verbal y puntaje en la Prueba de Aptitud Matemática. Estas últimas dos medidas se obtienen de la batería de Pruebas de Admisión Universitaria del College Board.

fracasar en Precálculo I resulta significativo. Este objetivo se abordó estableciendo dos puntos de corte con relación a la probabilidad de éxito en Precálculo I. En el primero se supuso que la probabilidad era mayor que 50 por ciento, y en el segundo, que la probabilidad de éxito del grupo que tomó MPU era igual o mayor a la del grupo eximido (70%).<sup>3</sup> El primer punto de corte se basó en que las probabilidades 50/50 de éxito y fracaso se pueden obtener por puro azar (lanzando una moneda). El segundo punto se fundamentó en el siguiente razonamiento. En promedio, se espera que el grupo que aprobó MPU pase al curso de Precálculo I con habilidades y conocimientos en álgebra similares al grupo eximido de tomar MPU. Por consiguiente, es lógico esperar que la probabilidad de éxito en Precálculo I del grupo que aprobó MPU no sea muy distinta a la probabilidad de éxito del grupo eximido de tomar MPU.

Se reitera que éxito ( $Y=1$ ) en Precálculo I se definió operacionalmente como todo estudiante que obtuvo C o más, y de cualquier otra forma se consideró como fracaso ( $Y=0$ ). Dado que  $Y$  es binaria, para cada uno de las cohortes de 2006 y 2008, se estimó una ecuación de RL utilizando como variable vaticinadora el puntaje final en MPU. Las ecuaciones de las cohortes de 2006 y 2008 se basaron en 122 y 161 observaciones, respectivamente. La prueba de H-L arrojó evidencia de que el ajuste de la curva fue aceptable en ambos cohortes ( $Ji$ -cuadrado<sub>2006</sub>=3.44, valor- $p=0.90$ ;  $Ji$ -cuadrado<sub>2008</sub>=3.42 valor- $p=0.91$ ). También, la capacidad de las ecuaciones de regresión pronosticando correctamente la clasificación de los estudiantes en éxito y fracaso resultó bastante buena. Respectivamente, el porcentaje general de pronósticos correctos en las cohortes de 2006 y 2008 fue de 79 y 75. La ecuación estimada para la cohorte de 2006 resultó marcadamente más certera pronosticando los estudiantes exitosos que la ecuación del cohorte de 2008 (79% versus 50%). En cambio, la ecuación del cohorte de 2008 resultó más certera pronosticando los fracasos (89% versus 73%). Por último, el estadístico Pseudo- $R^2$  de Nagelkerke sugiere que en ambos cohortes la relación entre las variables es relativamente fuerte, ya que el mismo fue igual a 42% y 24%, respectivamente.

La Tabla 4 resume las ecuaciones estimadas correspondientes a las cohortes que tomaron MPU en los años 2006 y 2008. Como puede verse, el valor- $p$  asociado a la variable Puntaje-MPU es menor que 0.05, lo cual es indicativo de que en ambos cohortes dicha variable es un vaticinador estadísticamente significativo de la probabilidad de éxito en Precálculo I. En ambos cohortes, el signo del coeficiente de la variable vaticinadora es mayor que cero, indicativo de que a mayor puntaje en MPU, mayor es la probabilidad de éxito. La interpretación de la contribución del Puntaje-MPU en la probabilidad de éxito es más fácil derivarla del estadístico  $EXP(b)$ . Respectivamente, el valor de  $EXP(b)$  en los cohortes de 2006 y 2008 fue igual a 1.22 y

**Tabla 4. Ecuaciones de Regresión Logistic Estimadas**

	b	E. E.	Wald	Valor-P	EXP(b)
<b>Cohorte 2006</b>					
Puntaje-MPU	0.202	0.042	22.77	0.000***	1.22
Constante	-14.84	3.155	22.11	0.000	0.00
<b>Cohorte 2008</b>					
Puntaje-MPU	0.137	0.028	23.77	0.000***	1.15
Constante	-11.07	2.173	25.97	0.000	0.00

\* Significativo a un nivel de confianza de 90%.

\*\*Significativo a un nivel de confianza de 95%.

\*\*\*Significativo a un nivel de confianza de 99%.

<sup>3</sup> El punto de corte de 70% se determinó según se explica a continuación. Las tasas observadas de éxito en Precálculo I del grupo eximido de MPU, correspondientes a las cohortes de nuevo ingreso de 2006 y 2008, fueron iguales a 77% y 57%, respectivamente. El promedio ponderado de estas dos tasas es igual a 68.7%, pero por aproximación se tomó 70% como la probabilidad de éxito de la combinación de ambos cohortes.

1.15. Este último significa que por cada punto adicional en el promedio final de MPU, la probabilidad de éxito es 15 por ciento mayor que la probabilidad de fracaso.

Para determinar el Puntaje-MPU asociado con la probabilidad de éxito definida en el primer criterio (mayor que 50%), se sustituyeron los valores correspondientes en las ecuaciones de RL estimadas para los cohortes de 2006 y 2008.

Dadas las ecuaciones estimadas:

### **Cohorte de 2006**

$$\text{LN}[P(\text{Éxito}) \div (1-P(\text{Éxito}))] = 0.202(\text{Puntaje-MPU}) - 14.51$$

### **Cohorte de 2008**

$$\text{LN}[P(\text{Éxito}) \div (1-P(\text{Éxito}))] = 0.137(\text{Puntaje-MPU}) - 11.07$$

Sustituyendo el criterio de que la  $P(\text{Éxito})=0.50$  y despejando para el Puntaje-MPU se obtienen los valores de 73.5 y 80.8, correspondientes a las cohortes de 2006 y 2008. Al combinar ambos valores mediante el cálculo de un promedio ponderado, se estimó que el estudiante debería aprobar MPU con un puntaje promedio superior a 77. El criterio anterior implicaría que, en promedio, el grupo que apruebe MPU tendrían una probabilidad de éxito a lo sumo de 20 puntos porcentuales por debajo de la probabilidad de éxito del grupo eximido de MPU. Obviamente, a medida que el puntaje final en MPU es mayor que el punto crítico de 77, se va cerrando la brecha entre ambos grupos (tomó MPU y eximidos de MPU) en lo respecta a la probabilidad de éxito en Precálculo I.

Análogamente, sustituyendo el valor del segundo criterio  $P(\text{Éxito})=0.70$  en las ecuaciones de regresión representadas en la Tabla 4, respectivamente para las cohortes de 2006 y 2008, se estimó que el Puntaje-MPU sería igual a 78 y 87. El promedio ponderado de ambos valores da como resultado que el punto crítico para aprobar MPU es igual a 83. Este puntaje mínimo significa que el grupo que apruebe MPU tendría una probabilidad de éxito en Precálculo I similar a la del grupo eximido del mencionado curso. Las Gráficas 2a y 2b muestran las curvas ajustadas mediante las ecuaciones de RL y permiten aproximar visualmente los valores del Puntaje-MPU asociados con cada nivel de probabilidad de éxito en Precálculo I. La línea negra entrecortada muestra la probabilidad de éxito en ambos cohortes de 2006 y 2008 asociada al punto de corte prevaleciente de 70 ó más para aprobar MPU. Nótese que en ambos cohortes la probabilidad de éxito en Precálculo I asociada a un puntaje de 70 es relativamente baja, respectivamente, 33.3 y 18.5 por ciento.

Es importante indicar que el procedimiento que se siguió anteriormente para obtener un conocimiento cuantitativo de los puntos críticos del Puntaje-MPU, no pretende sustituir los métodos ampliamente conocidos en el campo de la psicometría, desarrollados específicamente para determinar puntos de corte en los procesos de medición de resultados psico-pedagógicos. De hecho, es recomendable que se aplique uno de los métodos más usados para determinar el

punto de corte de la PU a partir del cual se considera que un estudiante domina las destrezas en álgebra elemental.<sup>4</sup>

### RESUMEN Y CONCLUSIONES

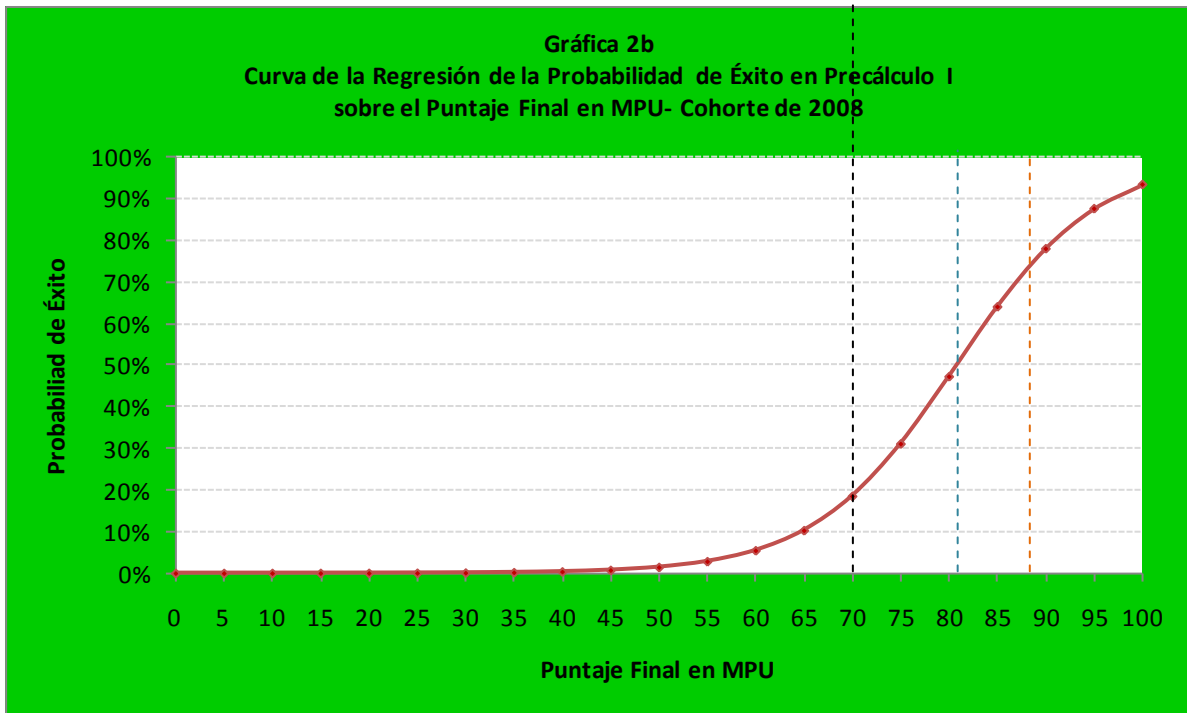
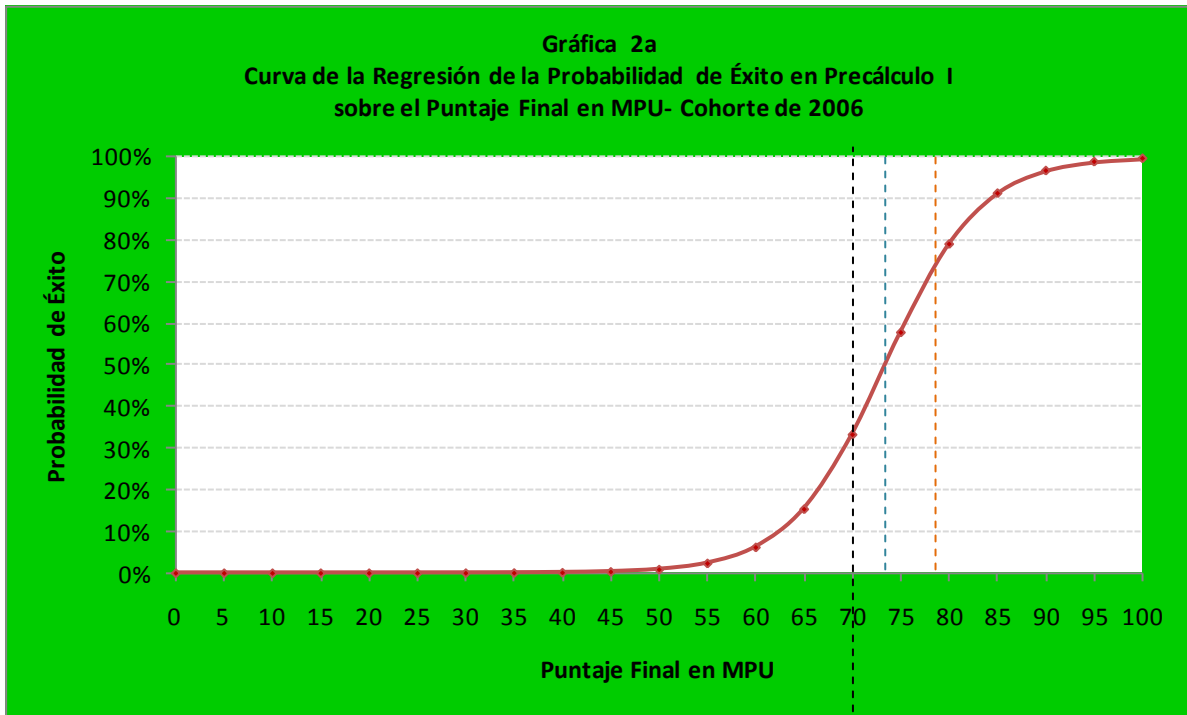
A base de los hallazgos esbozados anteriormente se derivaron las siguientes conclusiones en torno al curso de MPU.

1. Los estudiantes que tienen deficiencias en matemáticas y aprueban el curso de MPU experimentan un desarrollo significativo en las destrezas de álgebra elemental.
2. Cuando no se controla el efecto de otras variables académicas preuniversitarias, la tasa de éxito en Precálculo I de los que aprueban MPU es sustancialmente menor que la del grupo eximido de MPU. Sin embargo, al remover el efecto de variables tales como el IGS, la generación universitaria y el tipo de escuela superior de procedencia, las diferencias observadas en la probabilidad de éxito (en Precálculo I) entre ambos grupos no son significativas.
3. Considerando el supuesto de ceteris paribus, el IGS afloró como el mejor vaticinador (por mucho) de la probabilidad de éxito en Precálculo I.
4. La influencia de la experiencia del curso de MPU en la probabilidad de éxito en Precálculo I no es estable a través del tiempo. Es probable que esta falta de estabilidad en gran medida se explica por las variaciones en el IGS de las cohortes de nuevo ingreso y de los estudiantes que toman MPU. De hecho, el grupo que tomó MPU en el 2008 y posteriormente MATE3171 registró un IGS significativamente ( $t=2.47$ ,  $gl=280$ ,  $Valor-p=0.007$ ) mayor que el grupo que tomó MPU en el 2006.
5. De acuerdo con los resultados del análisis cuantitativo realizado, puntajes por debajo de 83 en la calificación final de MPU están asociados con un riesgo de fracasar en Precálculo I significativamente mayor que el grupo eximido de dicho curso.

Por último, se recomienda que se realicen otros estudios más abarcadores, en los cuales se relacione la experiencia educativa de los cursos preuniversitarios con la probabilidad de completar el grado de bachiller en un período de tiempo de seis (6) años o más.

---

<sup>4</sup> Dos de esos métodos más usados son el de Nedelsky (1954) y el de Angoff (1971). El primero está basado en un panel de expertos en el dominio o cuerpo de conocimientos de interés, quienes individualmente identifican las alternativas en cada ejercicio o reactivo que un examinado "competente" debería descartar como posibles respuestas correctas, y luego se suman y se promedian los recíprocos de las alternativas "correctas" de todos los reactivos. En el segundo método, un panel de expertos evalúa reactivo por reactivo qué proporción de examinados contestaría correctamente y el punto de corte se determina promediando la suma de las proporciones de las respuestas correctas estimadas por los expertos.



---

---

## REFERENCIAS

- Attewel, P., Lavin, D., Domina, T. y Levey, T. (2006). *New evidence on college remediation*. The Journal of Higher Education, vol. 77 no. 5, pp. 886-916.
- Bennett, W. (1994). *The devaluing of America*. New York: Touchstone.
- Brothen, t. y Wambach, a. (2004). *Refocusing developmental education*. Journal of Developmental Education, vol. 28, no. 2, pp. 16-33.
- Deil-Amen, R. y Rosenbaum, J. (2002). *The unintended consequences of stigma-free remediation*. Sociology of Education, vol. 75 pp. 249-268.
- Duranczyk, I. M. y Higbee, L. (2006). *Developmental mathematics in 4-year institutions: Denying Access*. Journal of Developmental Education, vol. 30, no. 1, pp. 22-30.
- Eanes, R. (1992). *Linking college developmental reading and English courses for general education courses*. ED352635.
- Eno, D., Sheldon, P., McLaughlin, G. W. y Brozovsky, P. (1999). *Predicting freshman success based on high school record and other measures*. Association for Institutional Research Professional File, no. 72.
- Galacedera, D. U. A. (1998). *Is remedial mathematics a real remedy? Evidence from learning statistics at tertiary level*. Journal of Mathematic, Education, Science and Technology, vol. 29 no. 4, pp. 475-480.
- Grubb, W. N., Worthen, H., Byrd, B., Webb, E., Badway, N., Case, C., et al. (1999). *Honored but invisible: An inside look at teaching in community colleges*. New York: Routledge.
- Hardwood, R. (1997). *Flunking the grade and nobody notices*. The Washington Post, p. A19.
- Hopper, P., Taylor, R., Wolford, P. (1997). *Success rate of developmental vs. nondevelopmental students in freshmen college level English*. ED409065.
- Kozeracki, C. (2002). ERIC review: Issues in developmental education. Community College Review, vol. 29, pp. 83-100.
- Lavin, D. y Weininger, E. (1998). *Proposed new admissions criteria at the City University of New York: Ethnic and enrollment consequences*. Unpublished manuscript, City University of New York Graduate Center, Sociology Program.
- Lyons, D. (1990). *Success of community college students completing developmental courses*. ED325194.
- MacDonald, H. (1997). *Substandard*. The City Journal, vol. 7 no. 3.

- Marcus, J. (2000). *Revamping remedial education*. National CrossTalk, vol. 8 no. 1.
- Maurer, T. J., Alexander R., Callahan, C. M., Bailey, J. J. y Dambrot, F. H.(1991). *Methodological and psychometric issues in setting cutoff scores using the Angoff method*. Personnel Psychology, vol. 44 no. 2, pp. 235-262.
- McCabe, R. H. y Day, P. R. (1998). *Developmental education: A twenty-first century social and economic imperative*. Mission Viejo, CA: League for Innovation in the Community College.
- McMillan, V., Parke, S. y Lanning, C. (1997). *Remedial/developmental education approaches for the current community environment*. New Direction for Community Colleges, vol. 100 no. 21.
- Merisotis, J. P. y Phipps, R. A. (2002). *Remedial education in colleges and universities: What's really going on?* Review of Higher Education, vol. 24 no. 1, pp. 67-85.
- Morera, E. y Díaz, S. (2001). *Matemática Preuniversitaria en la UPRC*. Universidad de Puerto Rico en Cayey.
- Phipps, R. A. (1998). *College remediation: What it is, what it costs, what's at stake*. Washington, D. C.: Institute for Higher Education Policy.
- Perin, D. (2006). *Can community college protect both access and standards? The problem of remediation*. Teachers College Record, vol. 108 no. 3, pp. 339-373.
- Rosenbaum, J. (2001). *Beyond college for all*. New York: Russell Sage.
- Saldaña, J. M. (2008). *El acceso a la Universidad de Puerto Rico*. Periódico El Nuevo Día de Puerto Rico, junio de 2008.
- Traub, J. (1995). *City on a hill. Testing the American dream at City College*. New York: Perseus.
- Vázquez-Calle, F. y Cabrera-Pérez, J. A. (2003). *Eficacia del curso de matemática preuniversitaria*. Universidad de Puerto Rico en Cayey.
- Weissman, J., Bulakowski, C. y Jumisko, M. (1997). *Using research to evaluate developmental education programs and policies*: New Direction for Community Colleges, vol. 100 no. 73.
- Yang, F. (2000). *Using survival analysis and predict students achievement from their status of developmental study*. Paper presented at the Association for Institutional Research 40<sup>th</sup> Annual Forum, May 2000, Cincinnati, Ohio.